



数 学

(100 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
また、解答開始の合図があるまで、筆記用具を使用してはいけません。
2. 問題は 3 題で、6 ページあります。
3. 問題冊子の余白は、下書きに使用することができます。
4. 解答開始後、3 枚の解答用紙の所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。
5. 解答は、すべて解答用紙の指定された欄に書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。解答用紙を持ち帰ってはいけません。

- 1 (1) n を整数とする。 $f(n) = n^3 - n + 3$ が 3 の倍数であることを示せ。
- (2) 関数 $f(x) = \sqrt{2} \sin x + \log \cos x$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) 楕円 $C_1: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ と双曲線 $C_2: \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$ を考える。 C_1 の焦点を A_1, A_2 とする。ただし、 A_2 の x 座標は A_1 の x 座標よりも大きいとする。 C_1 と C_2 の交点のうち、第 1 象限にあるものを P とする。
- (ア) C_2 の焦点も A_1, A_2 であることを示せ。
- (イ) 線分 A_1P と A_2P の長さを求めよ。
- (ウ) $\cos \angle A_1PA_2$ の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 k を実数の定数として、3 次方程式

$$x^3 - 5x^2 + (k - 6)x + k = 0 \quad (\text{E})$$

の解を考える。

- (1) 3 次方程式 (E) は、 k の値に関係なく、1 つの実数解をもつ。その解を求めよ。
- (2) $k = 6$ のとき、3 次方程式 (E) を解け。
- (3) 3 次方程式 (E) が 2 重解をもつとき、 k の値を求めて、そのときの (E) を解け。
- (4) 自然数 n を用いて、 $k = 2^n$ と表すことができるとする。3 次方程式 (E) が異なる 3 つの整数解をもつとき、 n の値を求めて、そのときの (E) を解け。

数学の試験問題は次に続く。

3 関数 $f(x) = \frac{\log(x+1)}{x^2}$ を考える。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ ($-1 < x < 0$) を C とする。 C 上にない点 $(0, 0)$ から引ける C の接線 ℓ を考える。

(ア) C と ℓ の接点の x 座標を t とするとき、 t が満たす方程式を $g(t) = 0$ とする。 $g(t)$ を求めよ。

(イ) ℓ は 1 本しか存在しないことを示せ。なお、必要ならば $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ であることを証明なしで用いてよい。

(3) $x > 0$ とする。不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。

数学の試験問題はこれで終わりである。